



Федеральное государственное образовательное бюджетное учреждение высшего образования
«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»
(Финансовый университет)

Кафедра математики и анализа данных
Факультет информационных технологий и анализа больших данных

Документ подписан усиленной неквалифицированной электронной подписью.

Организация: «ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»

Сертификат: J/kbwQdA8Jj+0fk2cOIX0uLRB6lpC755

Утверждено: Проректор по учебной и методической работе, Е.А. Каменева

Дата: 29.10.2025 г.

Дополнительные главы математического анализа

Рабочая программа дисциплины

для студентов, обучающихся по направлению подготовки

02.03.01 - Математика и компьютерные науки,

Образовательная программа «Цифровая аналитика и математическая оценка рисков»

Профиль:

«Цифровая аналитика и математическая оценка рисков»

Рекомендовано

*Факультет информационных технологий и анализа больших данных
(протокол № 44 от 21.05.2024 г.)*

Одобрено

*Кафедра математики и анализа данных
(протокол № 01 от 02.05.2024 г.)*



Содержание

1. Наименование дисциплины	3
2. Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине	3
3. Место дисциплины в структуре образовательной программы	5
4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах и в академических часах с выделением объема аудиторной (лекции, семинары) и самостоятельной работы обучающихся	5
5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) дисциплины с указанием их объемов (в академических часах) и видов учебных занятий	6
5.1. Содержание дисциплины	6
5.2. Учебно – тематический план	8
5.3. Содержание семинаров, практических занятий	9
6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине	11
6.1. Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение дисциплины, формы внеаудиторной самостоятельной работы	11
6.2. Перечень вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю	12
7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине	16
8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины	5
9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины	9
10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины	24
11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)	25
12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине	25



1. Наименование дисциплины

Дополнительные главы математического анализа

2. Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине

Код компетенции	Наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции
ПКП-1	Способен применять математический аппарат при разработке вычислительных алгоритмов	1. Владеет математическим аппаратом, необходимым для разработки вычислительных алгоритмов.	Знать: основные понятия математического анализа, необходимые для разработки вычислительных алгоритмов. Уметь: применять типовые алгоритмы математического анализа.
		2. Разрабатывает вычислительные алгоритмы для решения прикладных задач.	Знать: методы решения прикладных задач и алгоритмические модели математического анализа. Уметь: применять математические алгоритмы для решения прикладных задач, формировать алгоритмическую модель задачи, используя понятия и методы математического анализа.
ОПК-1	Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и	1. Владеет фундаментальными знаниями в области математики.	Знать: основные понятия математического анализа, необходимые для успешного освоения математических и прикладных дисциплин. Уметь: решать типовые задачи математического анализа; строго доказывать математические утверждения.



Код компетенции	Наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции
	топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности	2. Применяет теоретические знания для выбора оптимальных методов решения поставленных профессиональных задач.	Знать: методы решения практических задач и модели математического анализа Уметь: определять возможности применения теоретических положений и методов математического анализа для постановки и решения конкретных прикладных задач.
		3. Применяет математические методы для решения прикладных математических и технических задач.	Знать: приемы исследования с использованием методов математического анализа. Уметь: решать прикладные задачи, формировать математическую модель задачи, используя понятия и методы математического анализа.



3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Дополнительные главы математического анализа» относится к «Модулю "Математические основы физики"».

4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах и в академических часах с выделением объема аудиторной (лекции, семинары) и самостоятельной работы обучающихся

Очная форма обучения

Вид учебной работы по дисциплине	Всего (в з/е и часах)	Семестр 6 (в часах)
Общая трудоемкость дисциплины	3/108	108
<i>Контактная работа – Аудиторные занятия</i>	<i>50</i>	<i>50</i>
<i>Лекции</i>	<i>16</i>	<i>16</i>
<i>Семинары, практические занятия</i>	<i>34</i>	<i>34</i>
<i>Самостоятельная работа</i>	<i>58</i>	<i>58</i>
Вид текущего контроля	Контрольная работа	Контрольная работа
Вид промежуточной аттестации	Зачет	Зачет



5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) дисциплины с указанием их объемов (в академических часах) и видов учебных занятий

5.1. Содержание дисциплины

Тема 1. Функциональные последовательности и ряды.

Понятие функциональной последовательности и функционального ряда. Сходимость функциональной последовательности в точке и на множестве. Равномерная сходимость. Критерий Коши равномерной сходимости. Степенной ряд. Область сходимости степенного ряда. Теорема Абеля. Теорема об области сходимости степенного ряда. Радиус и интервал сходимости степенного ряда. Почленное дифференцирование и почленное интегрирование степенного ряда. Разложение функции в ряд Тейлора (Маклорена). Теорема о разложимости бесконечно дифференцируемой функции в ряд. Разложения основных элементарных функций в ряд Маклорена. Числовые и степенные ряды с комплексными членами. Круг сходимости степенного ряда с комплексными членами. Формулы Эйлера.

Тема 2. Ряды Фурье. Интеграл Фурье. Преобразование Фурье.

Ортонормированные системы в пространстве кусочно-непрерывных функций. Ряды Фурье. Тригонометрический ряд Фурье. Неравенство Бесселя и равенство Парсеваля. Комплексная форма записи тригонометрического ряда Фурье. Признак Дирихле. Ряды Фурье для четных и нечетных функций. Сдвиг и сжатие отрезка разложения. Интеграл Фурье. Представление кусочно-гладкой функции интегралом Фурье. Интеграл Фурье четных и нечетных функций. Комплексная форма интеграла Фурье. Преобразование Фурье и обратное преобразование Фурье. Свойства преобразований Фурье.

Тема 3. Эйлеровы интегралы.

Собственные интегралы, зависящие от параметра. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Равномерная сходимость несобственного интеграла по параметру. Эйлеровы интегралы первого и второго рода. Свойства Гамма-функции. Логарифмическая производная Гамма-функции. Теорема умножения для Гамма-функции. Вычисление некоторых определенных интегралов с помощью Гамма-функции. Формула Эйлера. Формула Стирлинга. Постоянная Эйлера.

Тема 4. Интеграл Стильеса.



Существование интеграла Стильеса. Свойства интеграла Стильеса. Интегрирование по частям. Приведение интеграла Стильеса к интегралу Римана. Вычисление интегралов Стильеса. Сведение криволинейного интеграла второго рода к интегралу Стильеса.



5.2. Учебно – тематический план

Очная форма обучения

п/ п	Наименование тем (разделов) дисциплины	Трудоемкость в часах				
		Всего	Контактная работа - Аудиторная работа			Самостоятельная работа
			Общая, в т.ч.:	Лекции	Семинары, практические занятия	
1	Функциональные последовательности и ряды.	28	14	6	8	14
2	Ряды Фурье. Интеграл Фурье. Преобразование Фурье.	32	16	6	10	16
3	Эйлеровы интегралы.	24	10	2	8	14
4	Интеграл Стильеса.	24	10	2	8	14
В целом по дисциплине		108	50	16	34	58



5.3. Содержание семинаров, практических занятий

Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов для обсуждения на семинарах, практических занятиях	Формы проведения занятий
Функциональные последовательности и ряды.	Понятие функциональной последовательности и функционального ряда. Сходимость функциональной последовательности в точке и на множестве. Равномерная сходимость. Критерий Коши равномерной сходимости. Степенной ряд. Область сходимости степенного ряда. Теорема Абеля. Теорема об области сходимости степенного ряда. Радиус и интервал сходимости степенного ряда. Почленное дифференцирование и почленное интегрирование степенного ряда. Разложение функции в ряд Тейлора (Маклорена). Теорема о разложимости бесконечно дифференцируемой функции в ряд. Разложения основных элементарных функций в ряд Маклорена. Числовые и степенные ряды с комплексными членами. Круг сходимости степенного ряда с комплексными членами. Формулы Эйлера.	Обсуждение теоретических вопросов по тематике занятия, практикум по решению задач по тематике занятия
Ряды Фурье. Интеграл Фурье. Преобразование Фурье.	Ортонормированные системы в пространстве кусочно-непрерывных функций. Ряды Фурье. Тригонометрический ряд Фурье. Неравенство Бесселя и равенство Парсеваля. Комплексная форма записи тригонометрического ряда Фурье. Признак Дирихле. Ряды Фурье для четных и нечетных функций. Сдвиг и сжатие отрезка разложения. Интеграл Фурье.	Обсуждение теоретических вопросов по тематике занятия, практикум по решению задач по тематике занятия



Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов для обсуждения на семинарах, практических занятиях	Формы проведения занятий
	Представление кусочно-гладкой функции интегралом Фурье. Интеграл Фурье четных и нечетных функций. Комплексная форма интеграла Фурье. Преобразование Фурье и обратное преобразование Фурье. Свойства преобразований Фурье.	
Эйлеровы интегралы.	Собственные интегралы, зависящие от параметра. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Равномерная сходимость несобственного интеграла по параметру. Эйлеровы интегралы первого и второго рода. Свойства Гамма-функции. Логарифмическая производная Гамма-функции. Теорема умножения для Гамма-функции. Вычисление некоторых определенных интегралов с помощью Гамма-функции. Формула Эйлера. Формула Стирлинга. Постоянная Эйлера.	Обсуждение теоретических вопросов по тематике занятия, практикум по решению задач по тематике занятия
Интеграл Стильеса.	Существование интеграла Стильеса. Свойства интеграла Стильеса. Интегрирование по частям. Приведение интеграла Стильеса к интегралу Римана. Вычисление интегралов Стильеса. Сведение криволинейного интеграла второго рода к интегралу Стильеса.	Обсуждение теоретических вопросов по тематике занятия, практикум по решению задач по тематике занятия



6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

6.1. Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение дисциплины, формы внеаудиторной самостоятельной работы

Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение	Формы внеаудиторной самостоятельной работы
Функциональные последовательности и ряды.	Числовые и степенные ряды с комплексными членами. Круг сходимости степенного ряда с комплексными членами. Формулы Эйлера.	Работа с учебной литературой. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к занятию.
Ряды Фурье. Интеграл Фурье. Преобразование Фурье.	Комплексная форма интеграла Фурье. Преобразование Фурье и обратное преобразование Фурье. Свойства преобразований Фурье.	Работа с учебной литературой. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к занятию.
Эйлеровы интегралы.	Вычисление некоторых определенных интегралов с помощью Гамма-функции. Формула Эйлера. Формула Стирлинга. Постоянная Эйлера.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию.
Интеграл Стильеса.	Сведение криволинейного интеграла второго рода к интегралу Стильеса.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию.



6.2. Перечень вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

Примерные вопросы к контрольной работе

1. Функциональная последовательность и функциональный ряд.
2. Сходимость функциональной последовательности в точке и на множестве. Определение равномерной сходимости на множестве.
3. Критерий Коши равномерной сходимости.
4. Степенные ряды. Теорема Абеля. Интервал и радиус сходимости степенного ряда.
5. Интегрируемость и дифференцируемость суммы степенного ряда на интервале сходимости.
6. Ряды Тейлора (Маклорена). Достаточное условие разложимости функции в ряд Маклорена.
7. Разложение в ряд Маклорена функций e^x , $\sin x$, $\cos x$, $\frac{1}{1+x}$, $\ln(1+x)$, $(1+x)^\alpha$.
8. Ортонормированные системы в пространстве кусочно-непрерывных функций.
9. Ряды Фурье.
10. Неравенство Бесселя и равенство Парсеваля.
11. Комплексная форма записи тригонометрического ряда Фурье.
12. Признак Дирихле.
13. Ряды Фурье для четных и нечетных функций. Сдвиг и сжатие отрезка разложения.
14. Интеграл Фурье как предельный случай ряда Фурье.
15. Представление кусочно-гладкой функции интегралом Фурье.
16. Интеграл Фурье четных и нечетных функций.
17. Комплексная форма интеграла Фурье.
18. Преобразование Фурье и обратное преобразование Фурье.
19. Эйлеров интеграл первого рода $B(p, q)$, область сходимости, свойства.
20. Эйлеров интеграл второго рода $\Gamma(p)$, область сходимости, свойства.
21. Формула связи эйлеровых интегралов первого и второго рода.



22. Формула понижения. Формула дополнения.
23. Интеграл Стильбеса. Свойства интеграла Стильбеса.
24. Существование интеграла Стильбеса.
25. Формула интегрирования по частям для интегралов Стильбеса.

Примеры заданий контрольной работы

1. Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать ряд на сходимость (абсолютную и условную) в концах интервала сходимости:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \sin \frac{1}{n} (x+2)^n.$$

2. Разложить данную функцию по степеням x и указать множество сходимости ряда к функции $f(x)$: $f(x) = \sin^2 x$.

3. Разложить функцию в ряд по синусам кратных дуг на данном интервале. Построить графики функции и суммы ряда на нескольких периодах: $f(x) = \begin{cases} x, & 0 < x \leq 2, \\ 0, & 2 < x < 3. \end{cases}$

4. Для данной функциональной последовательности $U_n(x) = x^2 - \frac{x}{n}$ определить область сходимости, предельную функцию и характер сходимости. На одном и том же чертеже изобразить графики нескольких первых функций последовательности и график предельной функции.

5. Доказать непрерывность функции $f(x) = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n+\sqrt{x}}{n^3+\sqrt{x}}$ на отрезке $[1, 4]$ и возможность почленного интегрирования и дифференцирования ряда.

6. Для функции $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(3x-1)^n (-1)^n}{(7-2n)10^n}$ найти область определения и нарисовать эскиз графика этой функции в малой окрестности точки $x = 1$.

7. Вычислить интеграл $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}} \sin(x^{3.5}) dx$, взяв четыре ненулевых слагаемых стандартного разложения. Оценить погрешность результата.

8. Для функции $f(x) = \sqrt{2x-1}$ написать три слагаемых разложения Тейлора в точке $x = 1$. Вычислить приближенное значение функции при $x = 1,1$.

9. Для заданной графически функции:



1. Исследовать на сходимость числовые ряды: а) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2-4n+3}{100n^2+1} \right)^2$, б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2-4n+5}{3^n \cdot (n+1)}$, в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{5^n \cdot (2n+3)}$, г) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{15n^2+6n+4}{3n+2+12n^2} \right)^n$, д) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \cdot \ln^2 n}$, е) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{2^{\sqrt[3]{n^7}+n}}$, ж) $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n} \cdot \ln \left(1 + \frac{1}{\sqrt[3]{n^4}} \right)$, з) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n}{\sqrt{n^3+5}}$.
2. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1) \cdot 3^n}{(x-2)^n n^3}$.
3. Разложить данную функцию в ряд Фурье
- а) $f(x) = \begin{cases} 1; & -2 < x \leq 0 \\ x; & 0 < x < 2 \end{cases}$ в интервале $(-2, 2)$:
- б) $f(x) = \begin{cases} x; & 0 \leq x \leq \pi/2 \\ \pi - x; & \pi/2 \leq x \leq \pi \end{cases}$ по синусам на интервале $[0, \pi]$.

Пример заданий для самостоятельной работы

Задание 1. Исследовать данные ряды на сходимость:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{2^n}$, б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n}{2n+1} \right)^{2n^2}$, в) $\sum_{n=1}^{\infty} n \sin \frac{1}{n^2}$, г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^5+3n+6}}$

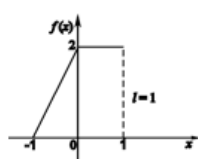
Задание 2. Найти область сходимости ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2-4n+5}{3^n \cdot (n+1)} \cdot (3x-1)^n$

Задание 3. Вычислить определенный интеграл с точностью до 0,001, разложив подынтегральную функцию в ряд и затем проинтегрировав его почленно: $\int_0^1 \cos \sqrt[3]{x} dx$.

Задание 4. Разложить функцию $f(x) = \pi - |x|$ в ряд Фурье в интервале $(-\pi, \pi)$.



а) записать аналитическое выражение функции $f(x)$;

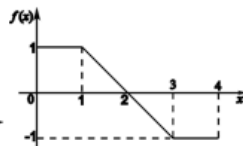
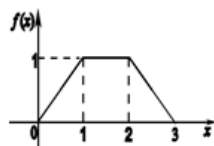


б) разложить эту функцию в тригонометрический ряд Фурье;

в) построить график суммы $S(x)$ полученного ряда;

г) найти $S(-l)$, $S(+l)$, также значения $S(x)$ в точках разрыва функции $f(x)$, если они есть.

10. Заданную на $(0, l)$ графически функцию $f(x)$ продолжить на $(-l, 0)$



четным и нечетным образом.

Полученные функции разложить в тригонометрический ряд Фурье и построить график его суммы.

(Обратить внимание на особенности симметрии графика функции.)

11. Данные функции представьте рядом Фурье в комплексной форме.

Запишите спектральную функцию, амплитудный и фазовый спектры. $f(x) =$

$$\begin{cases} e^{-x}, & 0 < x \leq \pi, \\ 0, & -\pi < x \leq 0. \end{cases}$$

12. Представьте данную функцию интегралом Фурье в одной из форм, которую вы считаете более удобной.

$$f(x) = \begin{cases} -x - 2, & -2 < x < -1, \\ x, & -1 \leq x < 1, \\ -x + 2, & 1 \leq x < 2, \\ 0, & |x| \geq 2. \end{cases}$$

13. Найдите преобразование Фурье функции $f(x) = \begin{cases} x, & |x| \leq 1, \\ 0, & |x| > 1. \end{cases}$

14. Для заданной на $[0, \infty)$ функции $f(x) = \frac{1}{4+x^2}$, $F_c(\omega)$. найдите синус-преобразование Фурье или косинус-преобразование Фурье.

Примеры заданий на практических занятиях



7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Перечень компетенций с указанием индикаторов их достижения в процессе освоения образовательной программы содержится в разделе 2. «Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине».

Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки индикаторов достижения компетенций, умений и знаний

Наименование компетенции	Наименование индикаторов достижения компетенции	Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции	Типовые контрольные задания
ПКП-1. Способен применять математический аппарат при разработке вычислительных алгоритмов	1. Владеет математическим аппаратом, необходимым для разработки вычислительных алгоритмов.	Знать: основные понятия математического анализа, необходимые для разработки вычислительных алгоритмов. Уметь: применять типовые алгоритмы математического анализа.	Задание: Доказать непрерывность функции $f(x) = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n+\sqrt{x}}{n^2+\sqrt{x}}$ на отрезке $[1, 4]$ и возможность почленного интегрирования и дифференцирования ряда. Задание: Найти интеграл с помощью гамма-функции и бета-функции $\int_0^{+\infty} x^6 e^{2x} dx$.



Наименование компетенции	Наименование индикаторов достижения компетенции	Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции	Типовые контрольные задания
	2.Разрабатывает вычислительные алгоритмы для решения прикладных задач.	Знать: методы решения прикладных задач и алгоритмические модели математического анализа. Уметь: применять математические алгоритмы для решения прикладных задач, формировать алгоритмическую модель задачи, используя понятия и методы математического анализа.	Задание: Разложить функцию $f(x)$ в ряд Тейлора (Маклорена) с центром в точке x_0 функцию $f(x) = \frac{4}{3+2x-x^2}, x_0 = 2$. Задание: Вычислить интеграл Стильеса $(S) \int_{-1}^2 x dg(x)$, где $g(x) =$ $\begin{cases} 0 & x = -1, \\ 1, & -1 < x < 1, \\ -2, & 1 \leq x \leq 2. \end{cases}$
ОПК-1. Способен кон-сультировать и использо-вать фунда-ментальные знания в обла-	1. Владеет фундамен-тальными знаниями в области математики.	Знать: основные по-нятия математиче-ского анализа, необ-ходимые для успеш-ного освоения мате-матических и при-кладных дисциплин.	Задание: Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать ряд на сходимость (абсолютную и условную) в концах интервала сходимости: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \sin \frac{1}{n} (x + 2)^n.$ Задание: Вычислить определенный интеграл с точностью до 0,001, разложив подынтегральную функцию в ряд и затем проинтегрировав его <u>почленно</u>: $\int_0^1 \cos \sqrt[3]{x} dx .$



Наименование компетенции	Наименование индикаторов достижения компетенции	Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции	Типовые контрольные задания
сти математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятно-		Уметь: решать типовые задачи математического анализа; строго доказывать математические утверждения.	
	2. Применяет теоретические знания для выбора оптимальных методов решения поставленных профессиональных задач.	Знать: методы решения практических задач и модели математического анализа Уметь: определять возможности применения теоретических положений и методов математического анализа для постановки и решения конкретных прикладных задач.	Задание: Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1) \cdot 3^n}{(x-2)^n n^2}$. Задание: Найдите преобразование Фурье функции $f(x) = \begin{cases} x, & x \leq 1, \\ 0, & x > 1. \end{cases}$



Наименование компетенции	Наименование индикаторов достижения компетенции	Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции	Типовые контрольные задания
стей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности	3. Применяет математические методы для решения прикладных математических и технических задач.	Знать: приемы исследования с использованием методов математического анализа. Уметь: решать прикладные задачи, формировать математическую модель задачи, используя понятия и методы математического анализа.	Задание: Разложить данную функцию по степеням x и указать множество сходимости ряда к функции $f(x)$: $f(x) = \sin^2 x$. Задание: Вычислить интеграл $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}} \sin(x^{3,5}) dx$, взяв четыре ненулевых слагаемых стандартного разложения. Оценить погрешность результата.



Примеры практико-ориентированных заданий

Примеры вопросов для подготовки к промежуточной аттестации

Типовые задачи для подготовки к зачету

1. Найти радиус и интервал сходимости степенного ряда.
2. Найти область сходимости степенного ряда.
3. Разложить функцию в ряд Тейлора (Маклорена) с центром в заданной точке и найти интервал сходимости полученного ряда.
4. На заданном отрезке разложить в ряд Фурье функцию.
5. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию с указанным периодом.
6. Разложить в тригонометрический ряд Фурье по косинусам и по синусам функцию на заданном отрезке.
7. Представить интегралом Фурье заданную функцию.
8. Представить интегралом Фурье функцию, продолжая ее четным (нечетным) образом.
9. Найти синус-преобразование (косинус-преобразование) Фурье заданной функции.
10. Найти преобразование Фурье заданной функции.
11. Вычислить значения гамма-функции и бета-функции.
12. Найти интегралы с помощью гамма-функции и бета-функции.
13. Доказать формула понижения для Эйлеровых интегралов.
14. Доказать формула дополнения для Эйлеровых интегралов.
15. Вычислить интеграл Стильбеса.

Примеры билетов для проведения зачета

Билет №1

1 (10 баллов). Дайте определение равномерной сходимости функциональной последовательности на множестве. Докажите критерий Коши равномерной сходимости функциональной последовательности.

2 (10 баллов). Сформулируйте теорему о почленном дифференцировании степенного ряда. Используя эту теорему, найдите сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} nx^n$ при условии $|x| < 1$.

3 (10 баллов). Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n(x-6)^n}{n+5}$.



4 (10 баллов). Разложить функцию $f(x)$ в ряд Тейлора (Маклорена) с центром в точке x_0 функцию $f(x) = \ln(8 - 2x + x^2)$, $x_0 = -1$.

5 (10 баллов). Разложить в ряд Фурье периодическую функцию

$$f(x) = \begin{cases} 8, & 0 < x < 2, \\ -8, & 2 < x < 4 \end{cases}$$

с периодом $T = 4$.

6 (10 баллов). Найти интеграл с помощью гамма-функции и бета-функции $\int_0^{+\infty} x^6 e^{2x} dx$.

Билет №2

1. (10 баллов). Сформулируйте свойства интеграла Стильеса. Докажите формулу интегрирования по частям для интегралов Стильеса.

2. (10 баллов). Докажите справедливость формулы $B(p, q) = \frac{\Gamma(p)\Gamma(q)}{\Gamma(p+q)}$, $p, q > 0$.

3. (10 баллов). Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (x-5)^n}{\sqrt{n+4}}$.

4. (10 баллов). Разложить функцию $f(x)$ в ряд Тейлора (Маклорена) с центром в точке x_0 функцию $f(x) = \frac{4}{3+2x-x^2}$, $x_0 = 2$.

5. (10 баллов). Разложить в тригонометрический ряд Фурье по косинусам и

по синусам функцию $f(x) = x$, заданную на интервале $(0; 2)$.

6. (10 баллов). Вычислить интеграл Стильеса $(S) \int_{-1}^2 x dg(x)$, где $g(x) =$

$$\begin{cases} 0 & x = -1, \\ 1, & -1 < x < 1, \\ -2, & 1 \leq x \leq 2. \end{cases}$$



8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

Основная литература:

1. Фихтенгольц, Г. М. Основы математического анализа. Часть 1 / Г. М. Фихтенгольц. — 15-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 444 с. — ЭБС Лань. — URL: <https://e.lanbook.com/book/289001> (дата обращения: 02.05.2024). — Текст : электронный.

2. Фихтенгольц, Г. М. Основы математического анализа. Часть 2 / Г. М. Фихтенгольц. — 14-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 464 с. — ЭБС Лань. — URL: <https://e.lanbook.com/book/297692> (дата обращения: 02.05.2024). — Текст : электронный.

3. Демидович, Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: учебное пособие для вузов / Б. П. Демидович. — 24-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 624 с. — ЭБС Лань. — URL: <https://e.lanbook.com/book/184105> (дата обращения: 02.05.2024). — Текст : электронный.

Дополнительная литература:

4. Волкова, Е. С. Дополнительные главы математического анализа: учебное пособие / Е. С. Волкова, Е. Н. Орел; Финуниверситет ; под ред. В. Б. Гисина, Е. Н. Орла. – Москва : Финуниверситет, 2013. - 120 с. - Текст : непосредственный.

Нормативные правовые акты:

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. <https://www.planetaexcel.ru/>
2. <http://www.gks.ru/>
3. <http://www.cbr.ru/>
4. Министерство экономического развития Российской Федерации URL: <https://economy.gov.ru/>
5. • Электронная библиотека Финансового университета (ЭБ) <http://elib.fa.ru/>
6. Электронно-библиотечная система BOOK.RU <http://www.book.ru>
7. Электронно-библиотечная система "Университетская библиотека ОНЛАЙН" <http://biblioclub.ru/>
8. Образовательная платформа "ЮРАЙТ" <https://urait.ru/>
9. Научная электронная библиотека eLibrary.ru <http://elibrary.ru>
10. • Электронно-библиотечная система Znanium <http://www.znanium.ru/>



11. • Электронно-библиотечная система издательства Проспект
<http://ebs.prospekt.org/books>
12. "Деловая онлайн библиотека" издательства "Альпина Паблишер"
<http://lib.alpinadigital.ru/en/library>
13. Электронно-библиотечная система издательства "Лань" <https://e.lanbook.com/>
14. Информационно-образовательный портал Финуниверситета: <https://org.fa.ru>



10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Самостоятельная работа студентов проходит аудиторно и внеаудиторно. Организации самостоятельной работы служит учебно-тематический план изучения дисциплины. В этом плане указана тематика лекций, практических занятий, вопросы и задания для самостоятельного изучения.

Домашние задания следует выполнять регулярно при подготовке к практическим занятиям. В большинстве своем задания являются типовыми, и образцы их решения содержатся в рекомендованных пособиях, в материале лекций и практических занятий. Если то или иное задание вызвало затруднение, необходимо обратиться к преподавателю на консультации или ближайшем практическом занятии. Регулярность в выполнении домашних заданий — важный фактор освоения дисциплины. Даже небольшие отклонения от графика могут спровоцировать серьезное отставание и в дальнейшем — риск получения неудовлетворительных оценок в ходе текущей и промежуточной аттестации. Для выполнения домашних заданий следует завести отдельную тетрадь. Контроль выполнения домашних заданий осуществляется в ходе практических занятий в процессе выборочного собеседования.

Домашняя контрольная работа является одной из основных форм текущего контроля самостоятельной работы студентов по дисциплине «Дополнительные главы математического анализа». Примерное время их выполнения составляет 4 часа. Каждый вариант домашней контрольной работы (ДКР) содержит несколько задач, выполняя которые студент демонстрирует умение решать типовые задачи. Сроки выполнения ДКР указываются в учебно-тематическом плане изучения дисциплины. Конкретные сроки сдачи ДКР устанавливаются преподавателем. Оценка за ДКР выставляется по итогам проверки отчета и устного собеседования по работе. Эта оценка является существенной компонентой оценки самостоятельной работы студента в течение семестра.



11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем

Комплект лицензионного программного обеспечения:

1. Kaspersky
2. Microsoft Office (Windows)

Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. Информационно-правовая система «Гарант»
2. Информационно-правовая система «Консультант Плюс»
3. Электронная энциклопедия: <http://ru.wikipedia.org/wiki/Wiki>
4. Система комплексного раскрытия информации «СКРИН» - <http://www.skrin.ru/>

Сертифицированные программные и аппаратные средства защиты информации

1. не предусмотрены

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

1. **Учебная аудитория** для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, в том числе групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оснащенная оборудованием и техническими средствами обучения: мебель аудиторная (столы, стулья, доска аудиторная), набор демонстрационного оборудования (проектор, экран)
2. **Компьютерный класс** для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, в том числе групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оснащенный оборудованием и техническими средствами обучения: мебель аудиторная (столы, стулья, доска аудиторная), персональные компьютеры, набор демонстрационного оборудования (проектор, экран)
3. Библиотека, читальный зал